KUANTA

AKADEMİ

# MATEMATİK

## ÇÖZÜM KİTAPÇIĞI

12. SINIF · 1. DÖNEM 1. YAZILI

Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı (12. Sınıf) Kazanımlarına Uygun

Pratik Cevapları · Adım Adım Çözümler · Prova Puanlama Anahtarları

MEB Ortak Sınav Senaryolarının Tamamına Uygun · Puanlama Anahtarlı

| 20 | 6 | 2 |
|---|---|---|
| YAZILI SORUSU | PRATİK | YAZILI PROVASI |

HAZIRLAYAN: KUANTA AKADEMİ

KUANTA AKADEMİ YAYINLARI

# Çözüm Kitapçığı

Bu kitapçık, **12. sınıf Matematik · 1. dönem 1. ortak yazılı** yazılıya hazırlık çalışma kâğıdının çözümlerini içerir. Çalışma kâğıdı öğrencilere çözümsüz verilir; sorular derste öğrencilere çözdürüldükten sonra bu kitapçıkla kontrol edilir.

- **Pratik cevapları**
- **20 yazılı sorusunun adım adım çözümleri**
- **Yazılı provası 1 ve 2: cevap anahtarı ve puanlama ölçütleri** (tam puan, kısmi puan, örnek yanıt)

**Hazırlayan: Kuanta Akademi**

PRATİK CEVAP

12. SINIF · MATEMATİK · 1. DÖNEM 1. YAZILI

## Pratik Cevapları

**PRATİK CEVAPLARI**

**Pratik 1:** 1) 1'den · 2) (0, 1) · 3) azalan · 4) x · 5) y = x · 6) doğal; ln · 7) dizi · 8) geometrik

**Pratik 2:** 1) Y · 2) D · 3) Y · 4) D · 5) Y · 6) Y · 7) Y · 8) D

**Pratik 3:** 1) 6 · 2) −4 · 3) 1/2 · 4) 4 · 5) 7 · 6) 11 · 7) 2/3 · 8) 2

**Pratik 4:** 1) d (1/2) · 2) e (3/2) · 3) c (2) · 4) f (4) · 5) b (0) · 6) a (−3)

**Pratik 5:** 1) 17 · 2) 12 · 3) −7 · 4) 17 · 5) 81 · 6) 10

**Pratik 6:** 1) aritmetik, d = 4 · 2) geometrik, r = 3 · 3) aritmetik, d = −3 · 4) geometrik, r = 1/3 · 5) aritmetik, d = −2 · 6) geometrik, r = 2

## ÇÖZÜMLÜ YAZILI SORULARI

**12. Sınıf Matematik · 1. dönem 1. ortak yazılı**
Ortak yazılı biçiminde açık uçlu sorular, adım adım çözümleriyle

**20** SORU

**1** $f(x) = a^x$ üstel fonksiyonu için $f(3) = 27$'dir.
a) a sayısını bulunuz. b) $f(-2)$ değerini hesaplayınız. c) f'nin artan mı azalan mı olduğunu gerekçesiyle yazınız.

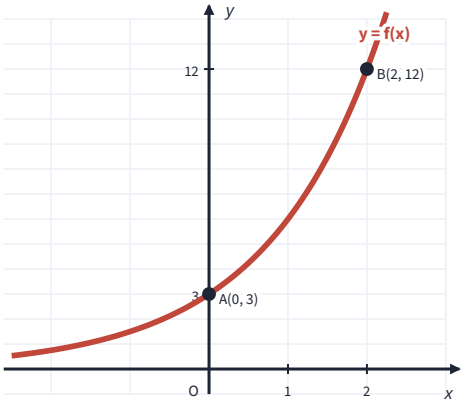
**ÇÖZÜM** — **a = 3; f(−2) = 1/9; artan**

**1. ADIM** $a^3 = 27 \Rightarrow a = 3$.

**2. ADIM** $f(-2) = 3^{-2} = \frac{1}{9}$.

**SONUÇ** Taban $3 > 1$ olduğundan f **artandır**.

**2** Grafiği verilen $f(x) = k \cdot a^x$ fonksiyonu A(0, 3) ve B(2, 12) noktalarından geçmektedir.




Buna göre k ve a değerlerini bulup $f(3)$ değerini hesaplayınız.

**ÇÖZÜM** — **k = 3, a = 2, f(3) = 24**

**1. ADIM** $f(0) = k \cdot a^0 = k = 3$.

**2. ADIM** $f(2) = 3 \cdot a^2 = 12 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$ $(a > 0)$.

**SONUÇ** $f(3) = 3 \cdot 2^3 = \mathbf{24}$.

**3** $f(x) = 2^{x-1} + 3$ fonksiyonu veriliyor.
a) $f^{-1}(x)$ ifadesini bulunuz. b) $f^{-1}(11)$ değerini hesaplayınız.

**ÇÖZÜM** — $f^{-1}(x) = \log_2(x-3) + 1$; $f^{-1}(11) = 4$

**1. ADIM** $y = 2^{x-1} + 3 \Rightarrow y - 3 = 2^{x-1} \Rightarrow x - 1 = \log_2(y-3)$.

**2. ADIM** x ile y yer değiştirir: $f^{-1}(x) = \log_2(x-3) + 1$.

**SONUÇ** $f^{-1}(11) = \log_2 8 + 1 = 3 + 1 = \mathbf{4}$. (Kontrol: $f(4) = 2^3 + 3 = 11$.)

**4** $f(x) = \log_{(x-2)}(10 - x)$ fonksiyonunun tanımlı olduğu x tam sayılarının sayısını bulunuz.

**ÇÖZÜM** — 6 tam sayı

**1. ADIM** Taban koşulu: $x - 2 > 0$ ve $x - 2 \neq 1 \Rightarrow x > 2, x \neq 3$.

**2. ADIM** Logaritması alınan: $10 - x > 0 \Rightarrow x < 10$.

**SONUÇ** $2 < x < 10, x \neq 3 \Rightarrow x \in \{4, 5, 6, 7, 8, 9\} \Rightarrow \mathbf{6}$ tam sayı.

**5** Aşağıdaki ifadenin değerini bulunuz:

$$\log_2 32 + \log_3 \frac{1}{27} + \ln e^5 + \log 0{,}001 + e^{\ln 7}$$

**ÇÖZÜM** — 11

**1. ADIM** $\log_2 32 = 5$ ($2^5 = 32$); $\log_3 \frac{1}{27} = -3$ ($3^{-3} = 1/27$).

**2. ADIM** $\ln e^5 = 5$; $\log 0{,}001 = \log 10^{-3} = -3$; $e^{\ln 7} = 7$.

**SONUÇ** $5 - 3 + 5 - 3 + 7 = \mathbf{11}$.

**6** $\log 2 \approx 0{,}301$ ve $\log 3 \approx 0{,}477$ olduğuna göre $\log 72$ değerini hesaplayınız.

**ÇÖZÜM** — ≈ 1,857

**1. ADIM** $72 = 8 \cdot 9 = 2^3 \cdot 3^2$.

**2. ADIM** $\log 72 = 3 \log 2 + 2 \log 3$.

**SONUÇ** $3 \cdot 0{,}301 + 2 \cdot 0{,}477 = 0{,}903 + 0{,}954 = \mathbf{1{,}857}$.

**7** $\log 2 \approx 0{,}301$ olduğuna göre $2^{50}$ sayısının kaç basamaklı olduğunu bulunuz.

**ÇÖZÜM** — 16 basamaklı

**1. ADIM** $\log 2^{50} = 50 \cdot \log 2 \approx 50 \cdot 0{,}301 = 15{,}05$.

**2. ADIM** $15 \leq \log 2^{50} < 16 \Rightarrow 10^{15} \leq 2^{50} < 10^{16}$.

**SONUÇ** Tam kısım 15 olduğundan sayı **16 basamaklıdır**.

**8** Aşağıdaki işlemleri logaritmanın özelliklerini kullanarak yapınız.
a) $\log_3 18 - \log_3 2 + 2 \cdot \log_3 \sqrt{3}$ b) $\log_2 3 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 8$

**ÇÖZÜM** — a) 3 b) 3

**1. ADIM** a) $\log_3 18 - \log_3 2 = \log_3 \frac{18}{2} = \log_3 9 = 2$.

**2. ADIM** $2 \cdot \log_3 \sqrt{3} = \log_3 3 = 1 \Rightarrow$ a) $2 + 1 = 3$.

**SONUÇ** b) Zincir kuralı: $\log_2 3 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 8 = \log_2 8 = 3$. Sonuçlar: **a) 3, b) 3**.

**9** $\log_2 3 = a$ olduğuna göre $\log_6 12$ ifadesini a cinsinden yazınız.

**ÇÖZÜM** — (2 + a) / (1 + a)

**1. ADIM** Taban değiştirme: $\log_6 12 = \frac{\log_2 12}{\log_2 6}$.

**2. ADIM** $\log_2 12 = \log_2 4 + \log_2 3 = 2 + a$; $\log_2 6 = 1 + a$.

**SONUÇ** $\log_6 12 = \mathbf{\frac{2+a}{1+a}}$.

**10** $9^{x+1} = 27^{x-1}$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

**ÇÖZÜM** — Ç = {5}

**1. ADIM** $9 = 3^2$, $27 = 3^3 \Rightarrow 3^{2x+2} = 3^{3x-3}$.

**2. ADIM** Tabanlar eşit $\Rightarrow 2x + 2 = 3x - 3 \Rightarrow x = 5$.

**SONUÇ** Ç = **{5}**.

**11** $4^x - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

**ÇÖZÜM** — Ç = {2}

**1. ADIM** $2^x = t$ ($t > 0$) $\Rightarrow t^2 - 3t - 4 = 0$.

**2. ADIM** $(t-4)(t+1) = 0 \Rightarrow t = 4$ veya $t = -1$; $t > 0$ olduğundan $t = -1$ olamaz.

**SONUÇ** $2^x = 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow$ Ç = **{2}**.

**12** $\log_2(x+1) + \log_2(x-1) = 3$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

**ÇÖZÜM** — Ç = {3}

**1. ADIM** Tanım: $x + 1 > 0$ ve $x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$.

**2. ADIM** $\log_2[(x+1)(x-1)] = 3 \Rightarrow x^2 - 1 = 2^3 = 8 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$ veya $x = -3$.

**SONUÇ** $x = -3$ tanım koşulunu sağlamaz $\Rightarrow$ Ç = **{3}**.

**13** $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > -2$ eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarını bulunuz.

**ÇÖZÜM** — **2, 3, 4**

**1. ADIM** Tanım: $x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$.

**2. ADIM** Taban $1/2 < 1$ olduğundan yön değişir: $x - 1 < (1/2)^{-2} = 4 \Rightarrow x < 5$.

**SONUÇ** $1 < x < 5 \Rightarrow$ x tam sayıları **2, 3, 4**.

**14** $(1/3)^{2x-1} \geq 27$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

**ÇÖZÜM** — **$x \leq -1$**

**1. ADIM** $(1/3)^{2x-1} = 3^{-(2x-1)}$ ve $27 = 3^3$.

**2. ADIM** Taban $3 > 1$, yön korunur: $-2x + 1 \geq 3 \Rightarrow -2x \geq 2 \Rightarrow x \leq -1$.

**SONUÇ** Ç = **$(-\infty, -1]$**.

**15** Yarılanma süresi 8 gün olan radyoaktif bir maddenin başlangıç kütlesi 160 gramdır. Kalan kütle $m(t) = 160 \cdot (1/2)^{t/8}$ ile modellenmektedir.
a) 24 gün sonra kaç gram madde kalır? b) Kaç gün sonra 10 gram madde kalır?

**ÇÖZÜM** — **a) 20 g b) 32 gün**

**1. ADIM** a) $m(24) = 160 \cdot (1/2)^3 = 160 / 8 = 20$ g.

**2. ADIM** b) $160 \cdot (1/2)^{t/8} = 10 \Rightarrow (1/2)^{t/8} = 1/16 = (1/2)^4$.

**SONUÇ** $t/8 = 4 \Rightarrow t =$ **32 gün**. Sonuçlar: a) 20 g, b) 32 gün.

**16** Bir çözeltinin asitliği $pH = -\log [H^+]$ ile hesaplanır ($[H^+]$: hidrojen iyonu derişimi, mol/L).
a) $[H^+] = 10^{-3}$ mol/L olan çözeltinin pH değeri kaçtır?
b) Bu çözelti seyreltilerek $[H^+]$ derişimi 100 kat azaltılırsa yeni pH kaç olur?

**ÇÖZÜM** — **a) 3 b) 5**

**1. ADIM** a) $pH = -\log 10^{-3} = -(-3) = 3$.

**2. ADIM** b) Yeni $[H^+] = 10^{-3} / 100 = 10^{-5}$ mol/L.

**SONUÇ** $pH = -\log 10^{-5} =$ **5** (derişim 100 kat azalınca pH 2 artar).

**17** a) $a_n = \frac{n+4}{n-3}$ ifadesinin bir dizi olup olmadığını gerekçesiyle belirtiniz.
b) $b_n = \frac{2n+1}{n+1}$ dizisinin kaçıncı teriminin $\frac{13}{7}$ olduğunu bulunuz.

**ÇÖZÜM** — **a) dizi değil b) 6. terim**

**1. ADIM** a) $n = 3$ pozitif tam sayısı için payda 0 olur, $a_3$ tanımsızdır. Her $n \in \mathbb{N}^+$ için tanımlı olmadığından **dizi değildir**.

**2. ADIM** b) $\frac{2n+1}{n+1} = \frac{13}{7} \Rightarrow 7(2n+1) = 13(n+1) \Rightarrow 14n + 7 = 13n + 13$.

**SONUÇ** $n = 6 \Rightarrow$ **6. terim**.

**18** $a_1 = 3$ ve $a_{n+1} = 2a_n - 1$ indirgeme bağıntısıyla verilen dizinin ilk dört terimini bulunuz. Bu dizinin genel terimi için bir tahmin yazınız.

**ÇÖZÜM** — **3, 5, 9, 17; $a_n = 2^n + 1$**

**1. ADIM** $a_2 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$; $a_3 = 2 \cdot 5 - 1 = 9$; $a_4 = 2 \cdot 9 - 1 = 17$.

**2. ADIM** Terimler $2^1 + 1, 2^2 + 1, 2^3 + 1, 2^4 + 1$ biçimindedir.

**SONUÇ** İlk dört terim **3, 5, 9, 17**; genel terim $a_n = 2^n + 1$ ($a_1 = 3$ ✓).

**19** Bir tiyatro salonunda ilk sırada 12 koltuk vardır ve her sırada bir öncekinden 2 koltuk fazladır. Salon 15 sıradan oluşmaktadır.
a) 15. sırada kaç koltuk vardır? b) Salonda toplam kaç koltuk vardır?

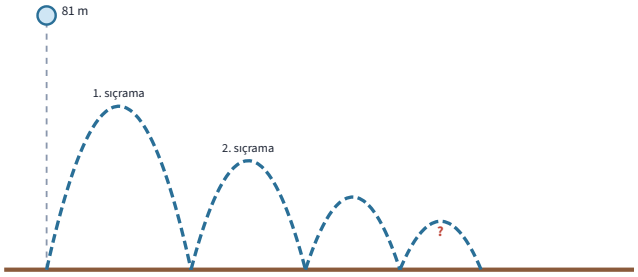
**ÇÖZÜM** — **a) 40 b) 390**

**1. ADIM** Her sırada sabit 2 koltuk eklendiği için koltuk sayıları **aritmetik dizidir**: $a_1 = 12$, $d = 2$.

**2. ADIM** a) $a_{15} = 12 + (15 - 1) \cdot 2 = 40$.

**SONUÇ** b) $S_{15} = \frac{15 \cdot (12 + 40)}{2} = 15 \cdot 26 =$ **390**. Sonuçlar: a) 40, b) 390.

**20** 81 m yükseklikten bırakılan bir top, yere her çarptığında bir önceki yüksekliğin $\frac{2}{3}$'ü kadar yükselmektedir.




a) Topun her sıçramadaki yüksekliklerinin oluşturduğu dizinin türünü belirtiniz. b) 4. sıçramadan sonra top kaç metre yükselir?

**ÇÖZÜM** **a) geometrik (r = 2/3) b) 16 m**

**1. ADIM** Her yükseklik bir öncekinin 2/3 katıdır ⇒ sabit oranla çarpılıyor: **geometrik dizi**, r = 2/3.

**2. ADIM** 1. sıçrama: 81 · 2/3 = 54; 2.: 36; 3.: 24; 4.: 16.

**SONUÇ** Genel terimle: $a_4 = 81 \cdot (2/3)^4 = 81 \cdot \frac{16}{81} =$ **16 m**.

PROVA 1
**CEVAP**

12. SINIF · MATEMATİK · 1. DÖNEM 1. YAZILI

# Cevap Anahtarı ve Puanlama

*Her alt soruda: istenen cevap ve çözüm adımlarının tamamı doğruysa **tam puan**; aşağıdaki ölçütlere göre **kısmi puan**; ilgisiz ve boş yanıtlar **sıfır puan**dır.*

## Soru 1.1 — TAM PUAN: 4 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

Üstel fonksiyonda taban pozitif ve 1'den farklı olmalıdır: $m - 3 > 0 \Rightarrow m > 3$; $m - 3 \neq 1 \Rightarrow m \neq 4$. Koşul: **$m > 3$ ve $m \neq 4$**.

**KISMİ PUAN**

- $m - 3 > 0$ koşulunu yazan 2 puan.
- $m - 3 \neq 1$ koşulunu yazan 2 puan.

## Soru 1.2 — TAM PUAN: 3 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

Üstel fonksiyon $0 <$ taban $< 1$ iken azalandır: $0 < m - 3 < 1 \Rightarrow$ **$3 < m < 4$**.

**KISMİ PUAN**

- $0 < m - 3 < 1$ eşitsizliğini kuran 2 puan.
- $3 < m < 4$ bulan 1 puan.

## Soru 1.3 — TAM PUAN: 3 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

$f(x) = 4^x$; $f(0) = 1$ olduğundan grafik y eksenini **(0, 1)** noktasında keser. $f(\frac{1}{2}) = 4^{1/2} = 2$, $f(-1) = \frac{1}{4} \Rightarrow 2 + \frac{1}{4} = \mathbf{\frac{9}{4}}$.

**KISMİ PUAN**

- (0, 1) noktasını yazan 1 puan.
- Toplamı $\frac{9}{4}$ bulan 2 puan.

## Soru 2.1 — TAM PUAN: 6 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

$y = \log_2(x + 3) - 1 \Rightarrow y + 1 = \log_2(x + 3) \Rightarrow x + 3 = 2^{y+1} \Rightarrow x = 2^{y+1} - 3$. x ile y yer değiştirir: **$f^{-1}(x) = 2^{x+1} - 3$**.

**KISMİ PUAN**

- Logaritma tanımıyla $x + 3 = 2^{y+1}$ yazan 3 puan.
- x ile y'yi yer değiştirip sonucu doğru yazan 3 puan.

## Soru 2.2 — TAM PUAN: 3 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

$f^{-1}(2) = 2^3 - 3 =$ **5**. Kontrol: $f(5) = \log_2 8 - 1 = 3 - 1 = 2$.

**KISMİ PUAN**

- $f^{-1}(2) = 5$ bulan 2 puan.
- Kontrolü yapan 1 puan.

## Soru 2.3 — TAM PUAN: 3 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

Birbirinin tersi olan fonksiyonların grafikleri **$y = x$ doğrusuna göre simetriktir**. f grafiği (5, 2) noktasından geçer; $f^{-1}$ grafiği bunun simetriği olan (2, 5) noktasından geçer.

**KISMİ PUAN**

- $y = x$ doğrusunu yazan 1 puan.
- (5, 2) ve (2, 5) noktalarını yazan 2 puan.

### Soru 3.1 — TAM PUAN: 5 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

Logaritması alınan ifadeler pozitif olmalı: $x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$; $5 - x > 0 \Rightarrow x < 5$. Ortak çözüm $1 < x < 5 \Rightarrow x$ tam sayıları **2, 3, 4**.

**KISMİ PUAN**

- İki koşulun her birini doğru yazan 1'er puan.
- $1 < x < 5$ aralığını bulan 1 puan.
- 2, 3, 4 tam sayılarını yazan 2 puan.

### Soru 3.2 — TAM PUAN: 5 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

$10^{1+\log 3} = 10 \cdot 10^{\log 3} = 10 \cdot 3 = 30$; $e^{2 \ln 2} = e^{\ln 4} = 4$; $\ln e^5 = 5 \Rightarrow 30 + 4 - 5 = \mathbf{29}$.

**KISMİ PUAN**

- $10^{1+\log 3} = 30$ bulan 2 puan.
- $e^{2 \ln 2} = 4$ bulan 1 puan, $\ln e^5 = 5$ bulan 1 puan.
- Sonucu 29 bulan 1 puan.

### Soru 4.1 — TAM PUAN: 4 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

$2 \cdot \log_6 3 = \log_6 9 \Rightarrow \log_6 4 + \log_6 9 = \log_6 36 = \mathbf{2}$.

**KISMİ PUAN**

- Üs kuralıyla $2 \cdot \log_6 3 = \log_6 9$ yazan 2 puan.
- Çarpım kuralıyla $\log_6 36 = 2$ bulan 2 puan.

### Soru 4.2 — TAM PUAN: 4 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

$\log_{3^3} 3^2 = \frac{2}{3} \cdot \log_3 3 = \mathbf{\frac{2}{3}}$.

**KISMİ PUAN**

- $27 = 3^3$ ve $9 = 3^2$ yazan 2 puan.
- Sonucu $\frac{2}{3}$ bulan 2 puan.

### Soru 4.3 — TAM PUAN: 4 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

Zincir kuralı: $\log_3 5 \cdot \log_5 7 \cdot \log_7 81 = \log_3 81 = \log_3 3^4 = \mathbf{4}$.

**KISMİ PUAN**

- Zincir kuralıyla $\log_3 81$ yazan 2 puan.
- Sonucu 4 bulan 2 puan.

### Soru 5.1 — TAM PUAN: 5 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

$15 = \frac{30}{2} = \frac{3 \cdot 10}{2} \Rightarrow \log 15 = \log 3 + \log 10 - \log 2 \approx 0{,}48 + 1 - 0{,}30 = \mathbf{1{,}18}$.

**KISMİ PUAN**

- 15'i 2, 3 ve 10 cinsinden yazan 2 puan.
- Çarpım ve bölüm kurallarını uygulayan 2 puan.
- Sonucu 1,18 bulan 1 puan.

### Soru 5.2 — TAM PUAN: 5 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

Taban değiştirme: $\log_2 3 = \frac{\log 3}{\log 2} \approx \frac{0{,}48}{0{,}30} = \mathbf{1{,}6}$.

**KISMİ PUAN**

- Taban değiştirme kuralını doğru yazan 3 puan.
- Sonucu 1,6 bulan 2 puan.

### Soru 6.1 — TAM PUAN: 4 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \Rightarrow \log_2 90 = \log_2 2 + 2 \cdot \log_2 3 + \log_2 5 = \mathbf{1 + 2a + b}$.

**KISMİ PUAN**

- 90'ı asal çarpanlarına ayırıp kuralları uygulayan 2 puan.
- Sonucu 1 + 2a + b yazan 2 puan.

### Soru 6.2 — TAM PUAN: 4 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

$\log_{15} 40 = \dfrac{\log_2 40}{\log_2 15} = \dfrac{\log_2 8 + \log_2 5}{\log_2 3 + \log_2 5} = \dfrac{\mathbf{3 + b}}{\mathbf{a + b}}$.

**KISMİ PUAN**

- 2 tabanına taban değiştirmeyi yazan 2 puan.
- Pay ve paydayı a, b cinsinden doğru yazan 2 puan.

### Soru 6.3 — TAM PUAN: 4 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

Özellik: $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$. Buna göre $3^{\log_2 5} = 5^{\log_2 3}$, yani $x = y \Rightarrow \dfrac{x}{y} = \mathbf{1}$.

**KISMİ PUAN**

- $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$ özelliğini kullanan 3 puan.
- Oranı 1 bulan 1 puan.

### Soru 7.1 — TAM PUAN: 6 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

$2^{x+2} = 4 \cdot 2^x \Rightarrow 4 \cdot 2^x + 2^x = 5 \cdot 2^x = 40 \Rightarrow 2^x = 8 = 2^3 \Rightarrow x = 3$. **Ç = {3}**.

**KISMİ PUAN**

- $2^x$ parantezine alıp $5 \cdot 2^x = 40$ yazan 3 puan.
- $2^x = 8 \Rightarrow x = 3$ bulan 3 puan.

### Soru 7.2 — TAM PUAN: 6 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

$0{,}5 = \dfrac{1}{2}$ ve $4 = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2} \Rightarrow \left(\dfrac{1}{2}\right)^{x-3} > \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2}$. Taban 0 ile 1 arasında olduğundan eşitsizlik yön değiştirir: $x - 3 < -2 \Rightarrow \mathbf{x < 1}$.

**KISMİ PUAN**

- İki tarafı aynı tabanda yazan 2 puan.
- Tabanın 1'den küçük olduğunu belirtip yönü değiştiren 2 puan.
- $x < 1$ bulan 2 puan.

### Soru 8.1 — TAM PUAN: 6 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

Tanım: $x + 6 > 0$ ve $x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$. Bölüm kuralı: $\log_2 \dfrac{x+6}{x-1} = 3 \Rightarrow \dfrac{x+6}{x-1} = 2^3 = 8 \Rightarrow x + 6 = 8x - 8 \Rightarrow 7x = 14 \Rightarrow x = 2$. $2 > 1$ olduğundan uygundur: **Ç = 2**.

**KISMİ PUAN**

- Tanım koşulunu ($x > 1$) yazan 1 puan.
- Bölüm kuralıyla tek logaritmaya indirip üstel biçime çeviren 3 puan.
- $x = 2$ bulup koşulu kontrol eden 2 puan.

### Soru 8.2 — TAM PUAN: 6 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

Tanım: $2x - 4 > 0 \Rightarrow x > 2$. Taban $2 > 1$ olduğundan yön korunur: $2x - 4 < 2^3 = 8 \Rightarrow x < 6$. Ortak çözüm $2 < x < 6 \Rightarrow$ tam sayılar 3, 4, 5; toplamları **12**.

**KISMİ PUAN**

- Tanım koşulunu yazan 2 puan.
- $2x - 4 < 8 \Rightarrow x < 6$ bulan 2 puan.
- 3, 4, 5 tam sayılarını bulup toplamı 12 yazan 2 puan.

### Soru 9.1 — TAM PUAN: 3 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

$L = 10 \cdot \log \frac{10^{-5}}{10^{-12}} = 10 \cdot \log 10^7 = 10 \cdot 7 =$ **70 dB**.

**KISMİ PUAN**

- Değerleri bağıntıda yerine yazıp oranı $10^7$ bulan 2 puan.
- 70 dB bulan 1 puan.

### Soru 9.2 — TAM PUAN: 3 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

Yeni düzey: $10 \cdot \log \frac{100 \cdot I}{I_0} = 10 \cdot (\log 100 + \log \frac{I}{I_0}) = 20 + L$. Ses düzeyi **20 dB artar**.

**KISMİ PUAN**

- Çarpım kuralıyla $10 \cdot \log 100$ terimini ayıran 2 puan.
- 20 dB artış bulan 1 puan.

### Soru 9.3 — TAM PUAN: 4 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

$90 = 10 \cdot \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \log \frac{I}{10^{-12}} = 9 \Rightarrow I = 10^9 \cdot 10^{-12} = 10^{-3}$ W/m². Oran: $\frac{10^{-3}}{10^{-5}} = 10^2 =$ **100 katıdır**.

**KISMİ PUAN**

- Konserdeki ses şiddetini $10^{-3}$ W/m² bulan 2 puan.
- Oranı 100 bulan 2 puan.

PROVA 2
**CEVAP**

12. SINIF · MATEMATİK · 1. DÖNEM 1. YAZILI

# Cevap Anahtarı ve Puanlama

*Her alt soruda: istenen cevap ve çözüm adımlarının tamamı doğruysa **tam puan**; aşağıdaki ölçütlere göre **kısmi puan**; ilgisiz ve boş yanıtlar **sıfır puan**dır.*

## Soru 1.1 — TAM PUAN: 4 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

$\log_2 \frac{1}{8} = -3$ ve $\log_7 1 = 0$.

**KISMİ PUAN**

- Her doğru eşitlik 2 puan.

## Soru 1.2 — TAM PUAN: 5 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

$x^4 = 81 = 3^4$; taban pozitif ve 1'den farklı olduğundan $\mathbf{x = 3}$. $y = (\frac{1}{2})^{-5} = 2^5 = \mathbf{32}$.

**KISMİ PUAN**

- $x = 3$ bulan 2 puan ($-3$'ü tabanın pozitif olması gerektiği için eleyen tam puan alır).
- $y = 32$ bulan 3 puan.

## Soru 1.3 — TAM PUAN: 5 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

Tanım gereği $\mathbf{x = \log_5 12}$. $5^1 = 5 < 12 < 25 = 5^2$ ve 5 tabanında logaritma artan olduğundan $\log_5 5 < \log_5 12 < \log_5 25 \Rightarrow \mathbf{1 < x < 2}$.

**KISMİ PUAN**

- $x = \log_5 12$ yazan 2 puan.
- $5 < 12 < 25$ karşılaştırmasıyla $1 < x < 2$ bulan 3 puan.

## Soru 2.1 — TAM PUAN: 6 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

$\log_2 \sqrt{8} = \log_2 2^{3/2} = \frac{3}{2}$; $\log_9 27 = \log_{3^2} 3^3 = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = \mathbf{3}$.

**KISMİ PUAN**

- $\log_2 \sqrt{8} = \frac{3}{2}$ bulan 3 puan.
- $\log_9 27 = \frac{3}{2}$ bulan 2 puan; sonuç 1 puan.

## Soru 2.2 — TAM PUAN: 8 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

$\log_b a^2 = 2 \cdot \log_b a = 2 \cdot \frac{1}{\log_a b} = 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$. $\log_a (a \cdot b^2) = \log_a a + 2 \cdot \log_a b = 1 + 6 = 7$. Toplam: $\frac{2}{3} + 7 = \mathbf{\frac{23}{3}}$.

**KISMİ PUAN**

- $\log_b a = \frac{1}{3}$ kullanarak $\log_b a^2 = \frac{2}{3}$ bulan 4 puan.
- $\log_a (a \cdot b^2) = 7$ bulan 2 puan.
- Toplamı $\frac{23}{3}$ bulan 2 puan.

## Soru 3.1 — TAM PUAN: 4 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

$N(12) = 500 \cdot 2^{12/3} = 500 \cdot 2^4 = 500 \cdot 16 = \mathbf{8000}$.

**KISMİ PUAN**

- Üssü 4 bulan 2 puan.
- 8000 bulan 2 puan.

### Soru 3.2 — TAM PUAN: 5 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

$500 \cdot 2^{\frac{t}{3}} = 32\,000 \Rightarrow 2^{\frac{t}{3}} = 64 = 2^6 \Rightarrow \frac{t}{3} = 6 \Rightarrow$ **t = 18 saat**.

**KISMİ PUAN**

- $2^{t/3} = 64$ denklemini kuran 2 puan.
- t = 18 bulan 3 puan.

### Soru 3.3 — TAM PUAN: 6 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

$2^{\frac{t}{3}} = 20 \Rightarrow \frac{t}{3} = \log_2 20 = \frac{\log 20}{\log 2} = \frac{\log 2 + \log 10}{\log 2} \approx \frac{1{,}30}{0{,}30} = \frac{13}{3} \Rightarrow$ **t = 13 saat**.

**KISMİ PUAN**

- $2^{t/3} = 20$ ve logaritma ile $t/3 = \log_2 20$ yazan 2 puan.
- Taban değiştirip $\log 20 \approx 1{,}30$ kullanan 2 puan.
- t = 13 bulan 2 puan.

### Soru 4.1 — TAM PUAN: 6 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

$(a_n)$: n = 4 için payda 0 olur, $a_4$ tanımsızdır ⇒ **dizi değildir**. $(b_n)$: her pozitif tam sayı n için $n + 2 > 0$, terim tanımlıdır ⇒ **dizidir**. $(c_n)$: n = 1 için $\sqrt{-1}$ gerçek sayı değildir ⇒ **dizi değildir**.

**KISMİ PUAN**

- Her ifade için doğru karar ve gerekçe 2 puan (gerekçesiz karar 1 puan).

### Soru 4.2 — TAM PUAN: 6 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

$d_n = \frac{2(n+1)+12}{n+1} = 2 + \frac{12}{n+1}$. Terim tam sayı ise $n + 1$, 12'nin bölenidir; $n \geq 1$ olduğundan $n + 1 \in \{2, 3, 4, 6, 12\} \Rightarrow n \in \{1, 2, 3, 5, 11\}$. **5 terim**: $d_1 = 8$, $d_2 = 6$, $d_3 = 5$, $d_5 = 4$, $d_{11} = 3$.

**KISMİ PUAN**

- $d_n = 2 + \frac{12}{n+1}$ biçimine getiren 2 puan.
- $n + 1$'in 12'nin 1'den büyük bölenleri olduğunu belirleyen 2 puan.
- 5 terimi doğru yazan 2 puan.

### Soru 5.1 — TAM PUAN: 5 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

$d = \frac{a_8 - a_3}{8 - 3} = \frac{31 - 11}{5} = \frac{20}{5} =$ **4**. $a_3 = a_1 + 2d \Rightarrow 11 = a_1 + 8 \Rightarrow$ **$a_1 = 3$**.

**KISMİ PUAN**

- Ortak farkı 4 bulan 3 puan.
- $a_1 = 3$ bulan 2 puan.

### Soru 5.2 — TAM PUAN: 4 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

$a_n = a_1 + (n - 1)d = 3 + (n - 1) \cdot 4 \Rightarrow$ **$a_n = 4n - 1$**. $a_{25} = 4 \cdot 25 - 1 =$ **99**.

**KISMİ PUAN**

- Genel terimi $4n - 1$ yazan 2 puan.
- $a_{25} = 99$ bulan 2 puan.

### Soru 5.3 — TAM PUAN: 6 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

$a_{20} = 4 \cdot 20 - 1 = 79$. $S_{20} = \frac{20}{2} \cdot (a_1 + a_{20}) = 10 \cdot (3 + 79) = \mathbf{820}$.

**KISMİ PUAN**

- $a_{20} = 79$ bulan 2 puan.
- Toplam formülünü doğru kuran 2 puan.
- 820 bulan 2 puan.

### Soru 6.1 — TAM PUAN: 5 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

$b_5 = b_2 \cdot r^3 \Rightarrow r^3 = \frac{162}{6} = 27 \Rightarrow \mathbf{r = 3}$. $b_1 = \frac{b_2}{r} = \frac{6}{3} \Rightarrow \mathbf{b_1 = 2}$.

**KISMİ PUAN**

- $r^3 = 27 \Rightarrow r = 3$ bulan 3 puan.
- $b_1 = 2$ bulan 2 puan.

### Soru 6.2 — TAM PUAN: 5 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

$S_6 = b_1 \cdot \frac{1 - r^6}{1 - r} = 2 \cdot \frac{1 - 729}{1 - 3} = 2 \cdot \frac{-728}{-2} = \mathbf{728}$.

**KISMİ PUAN**

- Toplam formülünü doğru kuran 2 puan.
- $3^6 = 729$ kullanıp 728 bulan 3 puan.

### Soru 6.3 — TAM PUAN: 5 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

Dizi 3, x, y, z, 48 biçiminde 5 terimlidir: $48 = 3 \cdot r^4 \Rightarrow r^4 = 16 \Rightarrow r = 2$ (terimler pozitif). Terimler: **6, 12, 24**.

**KISMİ PUAN**

- $48 = 3 \cdot r^4$ denklemini kuran 2 puan.
- $r = 2$ bulan 1 puan.
- 6, 12, 24 terimlerini yazan 2 puan.

### Soru 7.1 — TAM PUAN: 4 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

Günlük sayfa sayıları $a_1 = 15$, $d = 5$ olan aritmetik dizidir. $a_8 = 15 + 7 \cdot 5 = \mathbf{50\ sayfa}$.

**KISMİ PUAN**

- Aritmetik dizi olduğunu belirleyip genel terimi kuran 2 puan.
- 50 bulan 2 puan.

### Soru 7.2 — TAM PUAN: 6 PUAN

**ÖRNEK YANIT**

$S_n = \frac{n}{2} \cdot (2 \cdot 15 + (n - 1) \cdot 5) = \frac{n(5n + 25)}{2} = 375 \Rightarrow 5n^2 + 25n - 750 = 0 \Rightarrow n^2 + 5n - 150 = 0 \Rightarrow (n + 15)(n - 10) = 0 \Rightarrow n = 10$ $(n > 0)$.

Defne romanı **10. gün** bitirir.

**KISMİ PUAN**

- Toplam formülüyle denklemi kuran 3 puan.
- Denklemi çözüp $n = 10$ bulan, negatif kökü eleyen 3 puan.

**Soru 7.3** **TAM PUAN: 5 PUAN**

**ÖRNEK YANIT**

Arda'nın günlük sayfaları $b_1 = 5$, $r = 2$ olan geometrik dizidir; ilk n günde okuduğu sayfa $S_n = 5 \cdot (2^n - 1)$. $S_6 = 5 \cdot 63 = 315 < 375$, $S_7 = 5 \cdot 127 = 635 \geq 375 \Rightarrow$ Arda 7. gün bitirir. **Arda, Defne'den 3 gün önce bitirir**.

**KISMİ PUAN**

- Geometrik dizi toplamını kuran 2 puan.
- $S_6 < 375 \leq S_7$ ile 7. günü bulan 2 puan.
- Arda'nın önce bitirdiğini yazan 1 puan.